|  |
| --- |
| T5.5. Informe final del Proyecto |
| Ibermática – Quantumi3b  [15/07/2023] |



#e4f1f8

Baixo a licenca [CC-BY-SA]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| dATA | AUTOR | CAMBIOS | VERSIÓN |
| 18/09/2023 | Ibermática | Inicial | 1 |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Tabla de contenidos

[1. Objetivo y alcance del proyecto 7](#_Toc147833381)

[Aspectos generales 7](#_Toc147833382)

[Metodología de Trabajo Realizada 8](#_Toc147833383)

[Aproximación e innovación realizada 9](#_Toc147833384)

[Evaluación de los Resultados 11](#_Toc147833385)

[Metodología de Trabajo 12](#_Toc147833386)

[Entregables que formarán parte del proyecto 14](#_Toc147833387)

[Conclusiones 17](#_Toc147833388)

[Siguientes Pasos 17](#_Toc147833389)

Lista de figuras

[Figura 1: Formación sobre Tensor Networks en las instalaciones de CESGA. 8](#_Toc147833390)

[Figura 2: Distintos escenarios de resolución sobre el problema JPS. 9](#_Toc147833391)

[Figura 2: Imagen de seguimiento de reuniones del equipo CESGA&Ibermática. 14](#_Toc147833392)

Lista de Tablas

No se encuentran elementos de tabla de ilustraciones.

Lista de acrónimos

|  |  |
| --- | --- |
| TDC | Táboa de Contidos |
| ACRO |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Objetivo y alcance del proyecto

Aspectos generales

Este proyecto se ha centrado en la investigación de cómo resolver problemas de optimización, especialmente la optimización combinatoria (PUBO/QUBO), dado que son soluciones que tienen una gran aplicabilidad en sectores estratégicos como la logística, el transporte, la energía o las finanzas. La posibilidad de utilizar las técnicas de paralelización desarrolladas en el CESGA, aplicadas, además, en el nuevo ordenador cuántico, es sumamente interesante desde un punto de vista de investigación y de aplicación. El objetivo principal del proyecto se ha centrado en la selección, ponderación y elección de un caso, o varios, de interés industrial, y una vez seleccionado, se ha formulado como un problema tipo QUBO o PUBO, y se ha evaluado su coste computacional teórico en los entornos cuánticos de CESGA. Posteriormente, se ha generado un pseudocódigo y un código de resolución, en los servidores de computación cuántica de puertas cuánticas, como de inspiración cuántica, y se han aplicado dichos desarrollos tanto en sistemas externos, como en los sistemas de CESGA.

En concreto se ha implementado un problema preseleccionado en base a ciertos criterios de aplicabilidad Industrial (ver el entregable T5.1. Informe de Casos de uso Ponderados), se ha analizado su codificación y potencia estadística y de implantación (ver el entregable T5.2. Informe Calidad de los Datos, Potencia Predictiva), trasladando la funcionalidad del caso seleccionado (Job Schelude Problem) a una notación PUBO/QUBO, materializado en un algoritmo QAOA cuántico, que se ha ejecutado en los simuladores cuánticos de CESGA, de cara a evaluar sus rendimientos y resultados, plasmados en el documento T5.3. Informe de Evaluación de los Modelos (Bechmarket).

A lo largo del proyecto, se han comparado distintas técnicas de optimización, y se ha analizado la posibilidad de división de circuitos a nivel cuántico, y a nivel funcional. Finalmente, se han sugerido distintas heurísticas de cara a mejorar los resultados finales obtenidos, así como para poder ejecutarse en una computadora cuántica de puertas, de propósito general.

Metodología de Trabajo Realizada

Se ha realizado un seminario inicial coordinado entre Ibermática y CESGA, dentro de la metodología QRISP-DM aplicada en el proyecto de convergir a un único vocabulario y semántica de contexto, y alinear los conocimientos del equipo de CESGA y el equipo de Ibermática. Además, dentro del contexto del proyecto, se han dado una formación sobre tecnologías Tensor Networks en las instalaciones de CESGA.

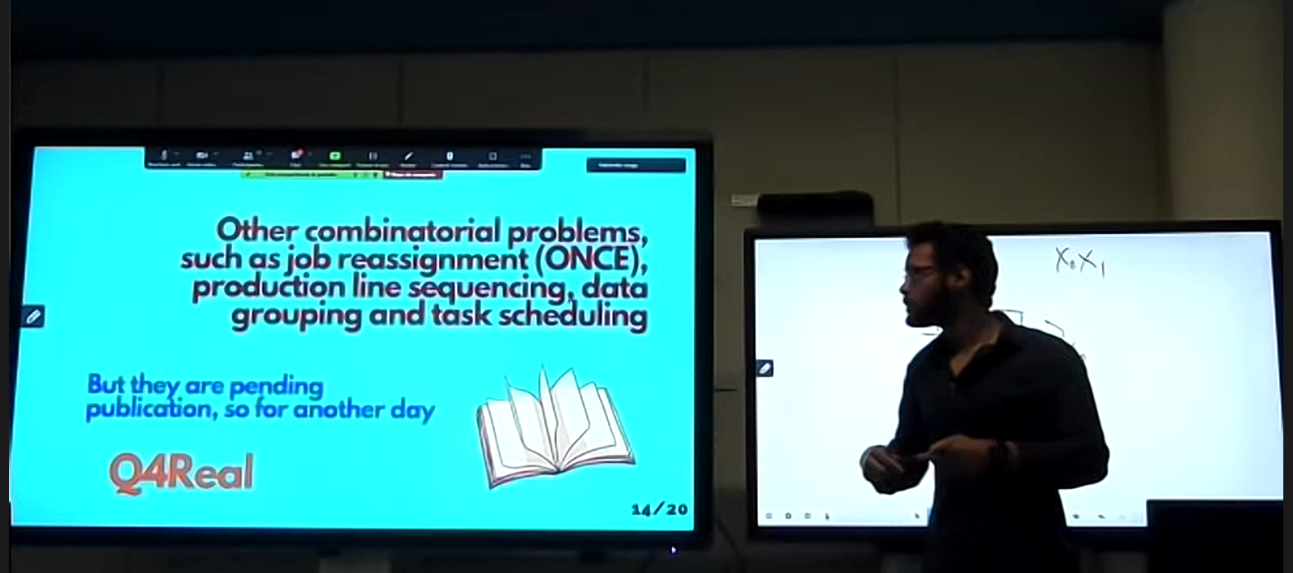


Figura 1: Formación sobre Tensor Networks en las instalaciones de CESGA.

Estas sesiones de formación han basculado sobre las aplicaciones con aplicabilidad en problemas QUBO, PUBO, y su traducción y despliegue sobre algoritmos QAOA entre otros.

Por otro lado, se ha realizado en sesiones de “DesignThinking”, la ideación y conceptualización de los casos de uso en optimización industrial, definiendo ciertos KPIs sobre interés, riesgos, implementación, y ROI de los posibles casos de aplicación industrial de los sistemas de optimización, como base de partida a la selección del caso o casos de uso.

En base a estos resultados, se decidió abordar, por interés industrial, utilizada y complejidad media, el caso de uso de “Optimización de Producción”, denominado en la literatura ***Job-Shop Scheduling Problem*** (JSP, JSSP).

El caso de uso en concreto se plantea como la optimización de la distribución de las tareas (tasks) de varios trabajos (jobs) en varios agentes (máquinas, empleados, vehículos…), teniendo como restricción el hecho de que cada uno de los agentes no están capacitados para realizar más que una colección determinada de todas las tareas existentes, y de que para comenzar cada tarea es necesario haber completado previamente todas las anteriores tareas de su mismo trabajo.

Se ha seleccionado una distribución de trabajo y tareas tamaños en escenarios de máquinas-por-tareas 5x5 y 10x10, en dónde se utiliza datos sintéticos, que no requieren de un estudio de calidad de los mismos, pero si de un estudio de complejidad computacional en función del algoritmo de resolución que se decida.

El problema de optimización elegido, el Job Scheduling Problem (JSP), se ha resuelto mediante QAOA y se han probado con dicho escenario las técnicas de fraccionamiento de circuitos desarrolladas por CESGA. Como paso previo, se han realizado dos aproximaciones “Toy Model” con datos sintéticos, que se han expandido, posteriormente, hasta lograr el tamaño máximo viable, quedando pendiente para estudio futuros aplicarlo a datos reales de Ibermática anonimizados.

En este punto, se diseñó un pseudocódigo, en el que se detalló, en el entregable T5.2., la resolución de los casos de uso.

Diagrama, Esquemático

Descripción generada automáticamente

Figura 2: Distintos escenarios de resolución sobre el problema JPS.

Aproximación e innovación realizada

El método implementado ha sido el Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA), un método que utiliza ordenadores cuánticos de puertas. El algoritmo QAOA consta de 2 Hamiltonianos: el Hamiltoniano mixer y el Hamiltoniano problema. En este algoritmo se debe un número p de veces las puertas y las puertas . Cada capa incluye ángulos diferentes para la rotación con H(x), nuestro Hamiltoniano, y para la rotación con X, el término de “mixing”. La parte de “mixing” consiste en ubicar una puerta RX con cierto ángulo en cada qubit, mientras que necesitamos un método para realizar . En el caso QUBO (o PUBO) solo vamos a usar combinaciones de puertas I y Z, ya que lo traducimos a Ising. Por ello mismo, solo necesitaremos puertas RZ, RZZ y posteriores con el ángulo adecuado. Los ángulos de H(x) serán los γ y los del mixing serán los β.

Con esta filosofía, se ha creado un circuito del QAOA, para el cual somos capaces de determinar su energía en cada paso, esto es, su valor esperado en H(x).

En este punto, se han desarrollado las innovaciones al respecto:

1. ***Codificación y generación de Variables en el Preproceso del problema***.

* Por un lado, se ha generado un sistema capaz de calcular, “a priori”, el número de variables necesarios para la resolución del problema en distintos tamaños de matrices.
* Por otro lado, el sistema, antes de codificar las variables en el QUBO a resolver, se eliminan de forma heurística aquellas que no cumplen con ciertas restricciones, en concreto, eliminar, por ejemplo, aquellas variables en las que las tareas de los trabajos se solapan, o no tienen un orden de ejecución secuencial.
* Como ejemplo, tenemos la siguiente tabla de soluciones ante distintas configuraciones, y el número de variables necesarias para su resolución:

1. Duración de tasks en {0,1} (elegido aleatoriamente para cada task)

* 3x3: 18, 8, 0, 0 (hay dos instancias que son triviales)
* 4x4: 16, 55, 20, 22
* 5x5: 37, 50, 29, 126

1. Duración de tasks =1

* 3x3: 18, 12, 12, 16
* 4x4: 98, 112, 98, 98
* 5x5: 192, 176, 184, 184

1. Duración de tasks \in{1,2}

* 3x3: 39, 69, 68, 61
* 4x4: 146, 232, 156, 116
* 5x5: 362, 494, 377, 409

1. ***Generación de un nuevo algoritmo en la optimización del valor esperado (LCU):***

Después de evaluar distintas estrategias de extraer el valor esperado de la mínima energía, como el método de los M más probables, y analizando los problemas asociados a dicha metodología, se ha optado por la creación de un nuevo algoritmo general de obtención de este valor esperado uniendo el *Hadamard Test* y el *Linear Combination of Unitaries* modificado LCU.

Hemos desarrollado los métodos existentes del QAOA y hemos implementado un nuevo método para mejorar la performance de los mismos: el método de LCU+Hadamard Test. El método LCU+Hadamard Test mejora la determinación del valor esperado del coste de nuestro estado resultado del circuito midiendo un único qubit. La implementación está disponible en un Jupyter Notebook que incluye el caso del JSP. Se verificó en casos QUBO con matrices aleatorias y dimensiones diferentes para valorar su escalabilidad. Adicionalmente, se ha explorado la posibilidad de realizar esta tarea en Tensor Networks, concluyendo que no es posible de forma eficiente lo que implica la inviabilidad del particionado del circuito.

Evaluación de los Resultados

Una vez genera el nuevo método algorítmico, hemos realizado pruebas para determinar el número de iteraciones necesarias para obtener una precisión de al menos dos cifras significativas en el valor esperado. Estadísticamente, la precisión a la hora de determinar esta probabilidad crece con , por lo que necesitamos aumentar cuadráticamente el número de “shots” para obtener una precisión dada. Teniendo en cuenta el prefactor 2N, necesitamos un número de “shots” Imagen que contiene objeto, reloj

Descripción generada automáticamente, siendo ϵ el error en el valor esperado. Ello mismo provoca que el número de “shots” necesarios no dependa del tamaño del problema. Como resultados innovadores, podemos anotar lo siguiente:

* La aproximación realizada en este proyecto es notablemente mejor que el método de “sampleo” simple, en el cual necesitamos caracterizar la distribución entera de manera eficiente, lo cual requiere un aumento del número de “shots” con el tamaño del problema, además de depender de la forma de la distribución implicada.
* También es mejor que el método de aplicar el Hadamard Test a cada uno de los operadores unitarios de la combinación lineal y luego ponderar sus resultados, ya que esto requiere el uso de un circuito específico para cada uno de los operadores, cuyo número tiende a aumentar con el tamaño del problema. Así, necesitamos un aumento cuadrático del número de “shots” para cada operador, por lo que al final necesitamos Texto

  Descripción generada automáticamente, siendo n el número de operadores en la combinación lineal.

Metodología de Trabajo

El equipo de CESGA e Ibermática se han reunido semanalmente, y se han discutido los enfoques, aproximaciones matemáticas, pseudocódigos y algoritmos propuestos, así como su potencialidad, fortalezas y defectos, y su potencia predictiva real en el ambiente de los servidores de CESGA. Para todas las reuniones se ha confeccionado un acta de reunión, disponible en el entorno de trabajo del equipo, en Microsoft Teams.

Como ejemplo, se muestra los puntos relevantes de las distintas reuniones:

**26/6/2023**

Se cometa que actualmente se está trabajando en circuitos sin división en las maquina FinisterraeIII, pero se valoran distintas aproximaciones:

* Differential Evolution
* PSO
* Quantum PSO.
* División del problema en slots.
* No hay muchas publicaciones sobre "map-reduce" en distintas QPUs, por problemas de ruido, particular, en cada QPU.
* En VQE tienes un segundo paralelismo, en el cálculo de los Hamiltonianos, con técnicas de reagrupamiento de circuitos.  Cálculos de días.
* Dividir CNOT.
* División por Teletransporte.

***4/7/2023***

* Analizados los casos de uso, las prioridades de selección son las siguientes:
  + Importancia y aplicabilidad en los sectores estratégicos Gallegos.
  + Volumen.
  + Datos publicables.
  + Escalado / Fraccionado: Distribuido y Paralelizado.
* Se decide comenzar por estos casos:
  + Con LeapHybrid de DWAVE: https://github.com/dwave-examples/job-shop-scheduling-cqm
  + https://wurmen.github.io/Genetic-Algorithm-for-Job-Shop-Scheduling-and-NSGA-II/implementation%20with%20python/GA-jobshop/Example1.html
  + Ibermática. Caso de uso Test.

Otros caso de uso:

* + [CITIES - City Distance Datasets (fsu.edu)](https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/datasets/cities/cities.html)
  + Universidades.

***26/7/2023***

Preparado código QAOA sobre grafos genéricos: Probando distintas formas de calcular los valores esperados (tomar sólo los M valores más probables, o si no usar LCU)

***1/8/2023***

* Ibermática traduce el problema QUBO del job shop scheduling a problema Ising (diccionarios -> listas), y se crea el circuito QAOA y lo ejecuta
* Para calcular los valores esperados, se opta por usar un método de LCU + Hadamard test en vez de calcular la energía de los M valores más probables. Requiere más qubits auxiliares, pero se puede reducir. Menor ruido de medida, y generalizable a problemas QUDO fácilmente. Este punto es tan relevante que se piensa en la posibilidad de escribir un artículo al respecto.
* Dificultades actuales: inicializar el estado para los qubits auxiliares (StatePreparation, pero quizás haya una forma de hacerlo más fácil ya que sólo requiere amplitudes), corregir problemas con puertas CCZ en” qiskit transpiler” al usar LCU.

**17/8/2023**

* Generación de la función cuya entrada lee un modelo QUBO, y genera el QAOA, de forma automática, y adicionalmente, las funciones necesarias para su ejecución. (Código en el repositorio del proyecto.)

***29/8/2023***

* Desde CESGA se explica la diferencia entre el HotEncoding y la codificación en códigos enteros, y que puede ser una solución, aunque hay que ver cómo se trabaja con el Hamiltoniano.
* Ibermática propone diversos métodos heurísticos para eliminar variables en base a criterios de negocio.
* Ibermática reseña algunos “papers” en dónde, conociendo la energía, podemos obtener el estado (HHL, VQE), y valorando utilizar QAOA con VQE o HHL.

***29/9/2023***

* Ibermática comenta que se han realizado los desarrollos en los servidores de CESGA.
* Se están documentando los desarrollos y los entregables, con las especificaciones con soluciones por “debajo del límite”

Una captura de pantalla de una computadora

Descripción generada automáticamente

Figura 2: Imagen de seguimiento de reuniones del equipo CESGA&Ibermática.

* Se está utilizando el método Hadamard+LCU en los métodos desplegados.
* Ibermática comenta que el Hadamard+LCU no se puede replicar con una QPE, y es un argumento válido para un segundo paper propuesto dentro del proyecto.
* CESGA comenta que se puede cortar la puerta RZZ y RY mejor que varias CNOT.
* Se informa que los documentos entregables finales están ya en formato borrado para su revisión.

Entregables que formarán parte del proyecto

De acuerdo con lo establecido en el pliego de especificaciones técnicas del proyecto, una vez aplicada la metodología propuesta en la presente oferta, se facilitarán al CESGA los siguientes entregables:

* ***Material de Formación en el seminario de Algoritmos Cuánticos de optimización***.

Este entregable es un compendio de los materiales generados en exclusiva para el seminario, sobre los algoritmos de optimización QUBO, PUBO, QAOA, RNAs variacionales cuánticas y optimización de dichos modelos por métodos híbridos.

El material se encuentra disponible en: [Diapositivas](https://grupoayesaa41015322.sharepoint.com/:f:/r/sites/CESGA-Optimizacin/Documentos%20compartidos/General/Diapositivas?csf=1&web=1&e=Zm50iq)

* ***Informe de Casos de Uso Ponderados***.

En este entregable se ha recogido un listado de casos de uso de aplicación para el proyecto, después de la sesión de Design-Thinking, en el que se evaluaran dichos proyectos en base a una ponderación de indicadores, como el alcance, realismo, esfuerzo, rentabilidad, interés, y escalabilidad. Este entregable será la base del informe QRISP-DM, sobre el caso o los casos a abordar en el proyecto.

El entregable esta descrito como “T5.1. Informe de Casos de uso Ponderados”.

* ***Informe QRISP-DM.***

Este entregable, que coincide con el Hito 1, es el informe que recoge de forma cualitativa y cuantitativa el alcance del caso o de los casos de uso (uno por caso), y en el que se detallan los objetivos de negocio, de minería, cadencia, granularidad, métricas, ROI, inventario, arquitectura, modelado, KPIs de evaluación de los modelos, criterios de éxito del proyecto, y alcance, en base a una taxonomía común a i3b y a CESGA. Este documento debe ser en todo momento una guía de referencia de cara a asegurar que las tareas y las actividades del proyecto se desarrollen sin contratiempos de la manera prevista.

El entregable esta descrito como [T1.5-V2 QCRISP-DM del caso de uso .doc.pdf](https://grupoayesaa41015322.sharepoint.com/:b:/r/sites/CESGA-Optimizacin/Documentos%20compartidos/General/Entregables/T1.5-V2%20QCRISP-DM%20del%20caso%20de%20uso%20.doc.pdf?csf=1&web=1&e=TvkZVu)

* ***Informe Calidad de los Datos, Potencia Predictiva.***

Este informe será generado en base a un análisis de la calidad de los datos de los distintos c casos de uso, de forma objetiva y cuantitativa, con respecto a los indicadores de completitud, consistencia, integridad, duplicidad, potencia estadística y potencia predictiva. Asumimos que tendremos un problema de optimización, con ciertas funciones a maximizar o minimizar, y una serie de restricciones, que pueden ser descritas bien por los expertos del dominio, bien por un histórico de datos. En todo caso, se medirá la potencia predictiva, es decir, el “accuracy” de un optimizador “clásico” con respecto al ROI deseado y registrado en el informe de QRISP-DM, y si dicho “accuracy” se aleja más de un 15% del “error de bayes” deseado, el proyecto se debe detener, y se debe evalúa, junto con los expertos de CESGA y sus investigadores, las causa raíz del problema, (cuya explicabilidad vendrá dada por el informe de calidad del dato), y tomar decisiones sobre las asunciones iniciales de dichos problemas. Por eso es importante que este análisis se realice en las primeras semanas del proyecto, de cara a no invertir esfuerzos en proyectos cuyos datos iniciales no sean lo suficientemente robustos. Por otro lado, la generación de un modelo clásico de optimización (y quizás también, de un modelo prescriptivo con técnicas de machine-learning tradicionales), va a servir de base comparativa para los futuros modelos cuánticos.

El entregable está descrito como: “T5.2. Informe Calidad de los Datos, Potencia Predictiva”.

* ***Desarrollo de los algoritmos de optimización.***

Este entregable, en forma de código, es el corolario de las tareas de preprocesamiento, ETL, y codificación de los problemas de optimización en los sistemas cuánticos, y su matemática interna. Una vez codificados los datos, nodos y enlaces del sistema de optimización, así como las restricciones del mismo, se desarrollará la primera versión de la traducción de los algoritmos PUBO/QUBO, al sistema de puertas cuántico seleccionado (QAOA, …), así como su aproximación en TN, de cara a poder evaluar el rendimiento y la calidad del mismo. La entrega de este entregable coincide con el Hito 2.

El código está recogido en el siguiente directorio del grupo de trabajo: [Job Shop Scheduling](https://grupoayesaa41015322.sharepoint.com/:f:/r/sites/CESGA-Optimizacin/Documentos%20compartidos/General/Job%20Shop%20Scheduling?csf=1&web=1&e=4nOKlX)

* ***Informe de Evaluación de los Modelos.***

Este informe será el resultado de los procesos de evaluación de los algoritmos de optimización ya lanzados sobre el sistema de CESGA, con un resumen o benchmarking comparativo entre los distintos modelos, algoritmos y configuraciones probadas. Este informe será la base de las actividades en la tarea 4, en la que se aplicará el conocimiento de los investigadores de CESGA e I3b de cara a la optimización de dichos resultados. Una vez realizadas las operaciones de optimización, en la tarea T3.2, este informe será actualizado con los avances producidos. Esta última actualización coincidirá con el Hito 3.

El informe que recoge los resultados está detallado en: “T5.3. Informe de Evaluación de los Modelos (Bechmarket)”.

* ***Informe de Evaluación de las estrategias en división/Distribución/Paralelización de Modelos***

Este informe será el resultado de las investigaciones realizadas sobre la paralelización de los circuitos de optimización generados en las tareas anteriores, pero con una estrategia de división de los circuitos, buscando su escalabilidad. Por otro lado, también se investigará la posibilidad de acelerar la escalabilidad de los mismos a partir de la utilización de distintos procesadores conectados en los que se puedan mapear distintos subconjuntos del mismo circuito, para luego, en un proceso posterior, “reducir” los resultados en otro procesador de simulación cuántica, de forma que se pueda configurar un “map-reduce” de circuitos cuánticos.

El entregable está descrito en: “T5.4. Informe de Evaluación de las estrategias en División, Distribución, Paralelización de Modelos”.

* ***Informe Final.***

Tras la implementación y demostración del optimizador en los contextos industriales seleccionados, se evaluará su impacto en términos de eficiencia, sostenibilidad y rentabilidad, utilizando indicadores y métricas adecuadas. Se recopilará retroalimentación de los usuarios y expertos, incluyendo sugerencias de mejoras, ajustes o nuevas funcionalidades. Esta información será valiosa para la mejora continua del simulador y su adaptación a las necesidades y expectativas del mercado. Este informe detallará la aplicabilidad de los modelos de optimización en los simuladores de CESGA, en concreto, en entornos industriales reales, mostrando su capacidad para optimizar casos de uso realistas. Además, se evaluará el impacto del sistema desarrollado y se recopilará retroalimentación de la industria para identificar áreas de mejora y ajustes necesarios, contribuyendo a la adaptación del sistema a las necesidades y expectativas del mercado.

El informe final está recogido en el documento: “T5.5. Informe Final del Proyecto”.

Conclusiones

En las pruebas unitaria de evaluación, se han resuelto problemas QUBO con matrices aleatorias usando 105 shots para el método LCU+Hadamard y 106 para el “sampleo” simple. Usamos más “shots” en el caso de “sampleo” simple para tener la mayor precisión posible y así poder tomarlo como el valor exacto. Los estados para los que calculamos los valores esperados son los obtenidos tras optimizar el circuito QAOA del problema.

El método tiene una buena capacidad de resolución con un bajo número de capas y podemos predecir de forma notablemente eficaz el valor esperado de la energía con el método LCU+Hadamard.

Todos estos resultados se han ejecutado y comprobado con un Jupyter Notebook disponible en el equipo de CESGA Optimización que implementa todos los métodos, con su explicación, y el caso del JSP.

Siguientes Pasos

Como resultados del proyecto, se ha generado un algoritmo capaz de obtener los mejores escenarios de optimización en un entorno industrial sobre la planificación de máquinas, tareas y trabajos, bajo unas restricciones razonables dentro de un contexto industrial realista. Después de las investigaciones y trabajos realizados, se observa que existen puntos, que, dado el interés del caso en base a los criterios de CESGA, es decir, aplicabilidad en la industria Gallega, merecen la pena seguir siendo investigados Algunos de estos puntos son los siguientes:

* Mejora de la Codificación de los Trabajos, Tareas y Tiempos, bajo una estrategia de codificación superdensa, o en un sistema de codificación de fases.
* Tensor Networks: Seguir avanzando en la resolución del problema por medio se sistemas de inspiración cuántica, principalmente, en la inclusión de reglas de negocio más complejas, en formato de lógica formal de primer orden, de cara a acercar la solución a un entorno más dinámico en el que los clientes puedan pautar sus propias restricciones de conocimiento de negocio.
* Seguir investigando en el concepto de “map-reduce” cuántico, con respecto a la división de circuitos, desde dos puntos de vista:
  + División funcional de los circuitos, en los que, se podría distribuir los procesos de computación en un subconjunto de tareas jerárquicas, en dónde, por ejemplo, las tareas más largas se ubiquen de forma inicial en las matrices de tiempo, de la forma óptima posible, y a partir de estas ubicaciones, (restricciones iniciales de un segundo sistema de optimización), se puedan ir generando escenarios con tareas más cortas, de una forma distribuida.
  + Postselection: Como se ha comentado en la sección anterior, la combinación del algoritmo cuántico QAOA puro, junto con una validación clásica de los resultados probabilísticos de los diferentes histogramas resultantes, certifica que podemos desechar algunas soluciones cuánticas, en un análisis binario (cumple con las restricciones iniciales, es decir, es “legal” o “no legal”), y en base a está búsqueda clásica, seleccionar el mejor de los probables escenarios cuánticos, teniendo en cuenta que se lanzan múltiples “shots” de soluciones.
  + Estrategias de HUBO Higher order (PUBO).
* Revisión sistemática del Estado del Arte: Se ha realizado, en el proyecto, una sistemática revisión del estado del arte antes soluciones similares en la literatura, a través de circuitos de puertas cuánticas y como conclusión principal, se desgrana que en todos ellos, se parte de una situación “forzada” o “preparada”, para que el algoritmo cuántico converge a una solución aceptable. Esta estrategia no es viable en un entorno productivo realista, y por lo tanto, creemos que los resultados obtenidos no contienen este “sesgo” inicial, lo que es una novedad en la literatura de soluciones cuánticas actuales.